



Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn¹,
Stefan Halverscheid¹, Jochen Kuhn², Pascal Klein¹

Die virtuelle GDCP Jahrestagung 2020

17.09.2020

¹Georg-August-Universität Göttingen

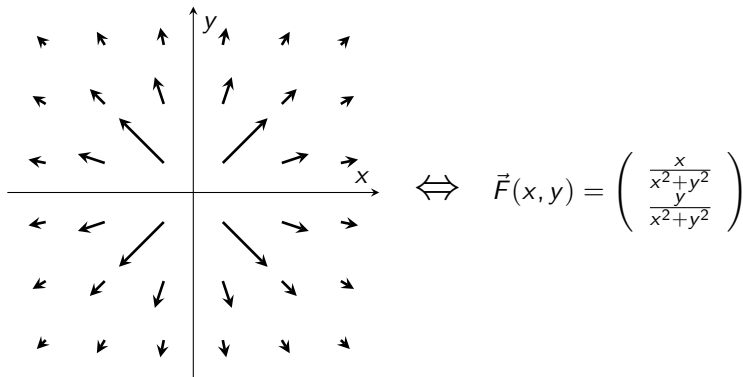
²TU Kaiserslautern

Motivation

- Vektoren und Vektorfelder sind zentrale Konzepte in der Mathematik und verschiedenen Anwendungsfeldern der Physik (z.B. Gravitations- und Strömungsfelder)
- Vielfältige Schwierigkeiten im Umgang mit Vektoren bereits bekannt (z.B. Barniol & Zavala, 2014), konkrete Lernschwierigkeiten im Umgang mit Vektorfeldern bisher wenig thematisiert



Motivation



⇒ Studien zeigen, dass ein flexibler Umgang mit verschiedenen Repräsentationsformen essentiell für die Entwicklung fachspezifischer Expertise ist (Bollen, van Kampen, Baily, Kelly & De Cock, 2017; Van Heuvelen, 1991)

Theoretischer Hintergrund: Repräsentationen von Vektorfeldern

- Um von den Vorteilen, die multiple Repräsentationen beim Lernen und Problemlösen mit sich bringen, profitieren zu können, ist ein tieferes Verständnis der Repräsentationen notwendig (De Cock, 2012):
Representational fluency (representational competence)
- Probleme von Studierenden bei Repräsentationswechseln im Kontext von Vektorfeldern (Bollen et al., 2017; Gire & Price, 2012):
 - i. *Graph* \rightarrow *Formel*: u.a. Probleme mit der Vektoraddition
 - ii. *Formel* \rightarrow *Graph*: u.a. Probleme mit der Wahl eines geeigneten Koordinatensystems und der Verwendung von Einheitsvektoren
 - iii. Schwierigkeiten damit, zwischen Koordinaten und Komponenten zu differenzieren

- Zentrale Annahmen der *Cognitive Theory of Multimedia Learning* (Mayer, 2005):
 1. dual-channels assumption
 2. limited capacity assumption
- *Cognitive Load Theory*: Drei Arten kognitiver Belastung beim Lernprozess (Sweller, 2010)
- Niveau des Intrinsic Cognitive Load wird durch die Elementinteraktivität bestimmt (Sweller, 2010)
⇒ Je mehr Elemente interagieren, desto höher der CL



Theoretischer Hintergrund: Eye-Tracking

Blickbewegungen beim
Koordinieren multipler
Repräsentationen in
der mathematischen
Physik

Larissa Hahn

Theoretischer
Hintergrund

Studiendesign und
Methoden

Ergebnisse

Diskussion und
Schlussfolgerungen

Literatur

- Eye-Tracking als Methode zur Untersuchung kognitiver Prozesse beruht auf zwei zentralen Annahmen (Just & Carpenter, 1976, 1980):
 1. Immediacy assumption
 2. Eye-mind-assumption
- Zahlreiche Studien postulieren Zusammenhänge zwischen verschiedenen Metriken (z.B. Fixationszahl, Gesamtfixationsdauer) und kognitiven Prozessen (Chen, Epps, Ruiz & Chen, 2011; Tsai, Hou, Lai, Liu & Yang, 2012):
z.B. kann die *Fixationsdauer* als Maß für die Aufmerksamkeits- bzw. Verarbeitungsdauer und somit für die Verarbeitungsschwierigkeit verstanden werden
⇒ Je länger eine Information fixiert wird, desto komplexer ist sie oder desto tiefer wird sie verarbeitet



Theoretischer Hintergrund: Eye-Tracking und Vektorfelder

- Eye-Tracking-Studien zu Repräsentationen von Vektorfeldern bisher in Bezug auf Rotation und Divergenz (Klein, Viiri & Kuhn, 2019; Klein, Viiri, Mozaffari, Dengel & Kuhn, 2018): Entwicklung und Untersuchung visueller Instruktionen und Hilfestellungen zur Interpretation der Divergenz und Rotation von Vektorfelddiagrammen
 - i Instruktionstexte zu differenziellen und integralen Herangehensweisen
 - ii Hervorheben relevanter Bereiche im Diagramm
- Ziel dieser Arbeit: Keine Untersuchung konkreter Konzepte, sondern grundlegende Analyse der mentalen Prozesse und Verhaltensweisen im Umgang mit Vektorfeld-Repräsentationen (Formel und Diagramm)

Forschungsfragen und Hypothesen

FF1: Wie gut gelingt Studierenden der Wechsel zwischen der graphischen und der algebraischen Repräsentationsform von Vektorfeldern?

- a. Welchen Einfluss hat die Richtung des Wechsels auf die Performanz?
- b. Welchen Einfluss hat die Dimensionalität des Vektorfeldes auf die Performanz?

FF2: Gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Komplexitätsgrad der Vektorfelder und den Blickbewegungen?

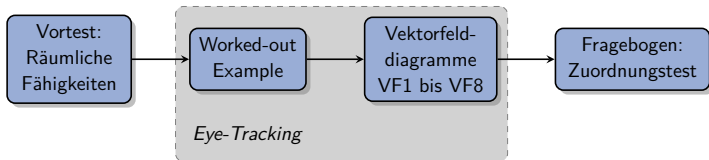
- H1:** Je höher der Komplexitätsgrad des Vektorfeldes, desto höher ist die mittlere Gesamtbetrachtungsdauer.
- H2:** Je höher der Komplexitätsgrad des Vektorfeldes, desto höher ist die mittlere Fixationszahl.
- H3:** Je höher der Komplexitätsgrad des Vektorfeldes, desto höher ist die mittlere Gesamtfixationsdauer.



- Studie aus Wintersemester 2019/2020
- Studierende der Fachrichtungen Elektro- und Informationstechnik, Maschinenbau und Verfahrenstechnik, Mathematik sowie Physik an der Technischen Universität Kaiserslautern (TUK)
- Erhebung im Rahmen der Vorlesungen „Experimentalphysik 1 für angehende Ingenieure“
- 147 Studierende (überwiegend 1. und 2. Fachsemester)
- Deutsch-MuttersprachlerInnen in der Analyse berücksichtigt ($N = 114$, 93 männlich, Durchschnittsalter 20.1 Jahre)



Ablauf



Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn

Theoretischer Hintergrund

Studiendesign und Methoden

Ergebnisse

Diskussion und Schlussfolgerungen

Literatur



Instrumente: Zuordnungstest

1. Zuordnungstest

- I) Gegeben sind Schablonen von Vektorfeldern. Geben Sie eine Formel an, die das Vektorfeld qualitativ korrekt beschreibt. Erklären Sie auch, wie Sie dabei vorgegangen sind.

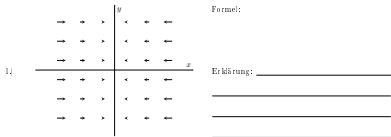


Abbildung: Testbogen: Zuordnungstest Aufgabe I (Weiterentwicklung von Klein et al., 2018).

- II) Gegeben sind Formeln von Vektorfeldern. Skizzieren Sie die Vektorfelder qualitativ im dafür vorgesehenen Bereich. Nutzen Sie die Gitterpunkte als Startpunkte der Vektorpfeile bzw. in Aufgabe 3 die Hilfslinien als Führungslinien.

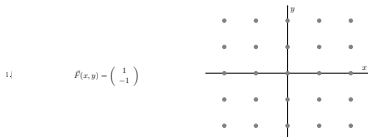


Abbildung: Testbogen: Zuordnungstest Aufgabe II (Weiterentwicklung von Klein et al., 2018).

Instrumente: Problemlöse-Vektorfelder

Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn

Theoretischer Hintergrund

Studiendesign und Methoden

Ergebnisse

Diskussion und Schlussfolgerungen

Literatur

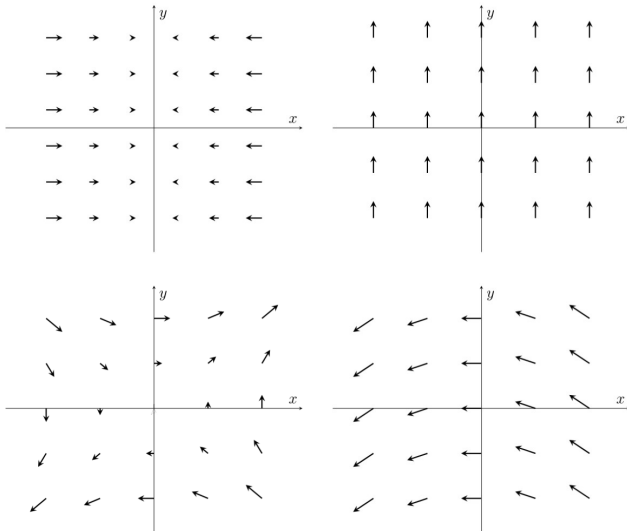
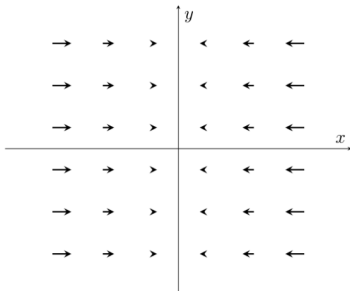


Abbildung:
Eye-Tracking
Testbogen:
Vektorfelder
(Weiter-
entwicklung
von Klein et
al., 2018).

Instrumente: Problemlöse-Vektorfelder

Welche Formel beschreibt das dargestellte Vektorfeld?



(a) $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} -x \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$

Abbildung: Eye-Tracking Testbogen: Aufgabe 2 (Weiterentwicklung von Klein et al., 2018).



Dimension und Komplexitätsgrad der Vektorfelder

Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn

Theoretischer Hintergrund

Studiendesign und Methoden

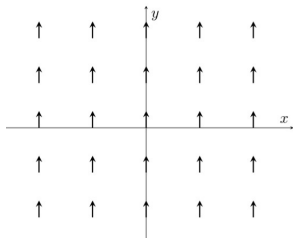
Ergebnisse

Diskussion und Schlussfolgerungen

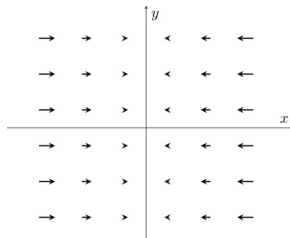
Literatur

1. Komponente	2. Komponente	Dimension	Komplexitätsgrad K	Vektorfeld
0	0	–	0	–
konstant	0	1	1	VF3
konstant	konstant	2	2	VF1
variabel	0	1	3	VF2, VF7
konstant	variabel	2	4	VF5, VF6
variabel	variabel	2	5	VF4, VF8

(VF3)



(VF2)



Dimension und Komplexitätsgrad der Vektorfelder

Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn

Theoretischer Hintergrund

Studiendesign und Methoden

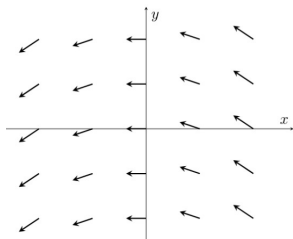
Ergebnisse

Diskussion und Schlussfolgerungen

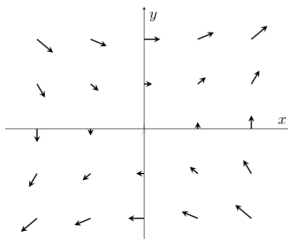
Literatur

1. Komponente	2. Komponente	Dimension	Komplexitätsgrad K	Vektorfeld
0	0	–	0	–
konstant	0	1	1	VF3
konstant	konstant	2	2	VF1
variabel	0	1	3	VF2, VF7
konstant	variabel	2	4	VF5, VF6
variabel	variabel	2	5	VF4, VF8

(VF5)

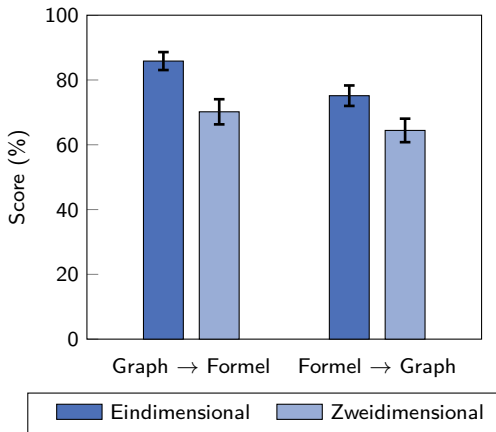


(VF4)



Einfluss von Wechselrichtung und Dimensionalität

Prozentuale Leistung in Abhängigkeit der Dimension des Vektorfeldes und der Richtung des Repräsentationswechsels (Fehlerbalken = 1SEM):



Einfluss von Wechselrichtung und Dimensionalität

Zweifaktorielle ANOVA mit Messwiederholung (RM-ANOVA):

Variable	$F(1, 108)$	p	η_p^2	f
Wechselrichtung	12.8	0.001**	0.11	0.34
Dimensionalität	34.4	< 0.001***	0.24	0.57
Wechselrichtung \times Dimension	0.9	0.336	0.01	...

Interpretation der Effektstärke f nach Cohen (1988):

Wert von f	Stärke des Zusammenhangs
0.1	Kleiner Effekt
0.25	Mittlerer Effekt
0.4	Großer Effekt



Einfluss des Komplexitätsgrades auf ausgewählte Eye-Tracking Maße

Blickbewegungen beim Koordinieren multipler Repräsentationen in der mathematischen Physik

Larissa Hahn

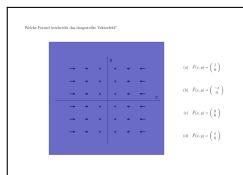
Theoretischer Hintergrund

Studiendesign und Methoden

Ergebnisse

Diskussion und Schlussfolgerungen

Literatur



Drei einfaktorielle ANOVAs mit Messwiederholung (RM-ANOVA) und Greenhouse-Geisser Korrektur:

Metrik	F	p	η_p^2	f
Gesamtbeobachtungsdauer	62.3	< 0.001***	0.36	0.74
Fixationszahl	60.4	< 0.001***	0.35	0.73
Gesamtfixationsdauer	59.6	< 0.001***	0.35	0.73

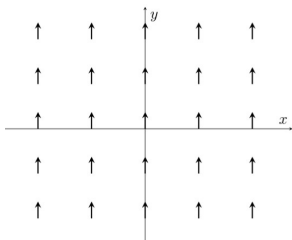


Einfluss des Komplexitätsgrades auf ausgewählte Eye-Tracking Maße: Fixationszahl

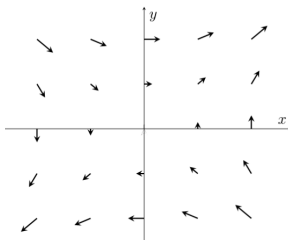
Post-hoc Tests mit Bonferroni-Korrektur:

- VF1 ($K = 2$, $M = 28.94$, $SD = 16.98$) und VF3 ($K = 1$, $M = 30.00$, $SD = 20.07$) unterscheiden sich signifikant ($p < 0.001^{***}$) von allen weiteren Vektorfeldern (negative Mittelwertdifferenzen)
- VF4 ($K = 5$, $M = 179.86$, $SD = 161.70$) unterscheidet sich signifikant ($p < 0.001^{***}$) von allen Vektorfeldern (positive Mittelwertdifferenzen)

(VF3)



(VF4)



Forschungsfrage 1

Welchen Einfluss hat die Richtung des Wechsels und die Dimensionalität des Vektorfeldes auf die Performanz?

- Höhere Antwortkorrektheit für den Wechsel von graphischer zu algebraischer Repräsentation als umgekehrt (ähnliche Ergebnisse im Kontext von Funktionen in Van den Eynde, van Kampen, Van Dooren & De Cock, 2019)
- Höhere Antwortkorrektheit beim eindimensionalen gegenüber dem zweidimensionalen Vektorfeld
⇒ Zunahme des ICL (Forschungsfrage 2)
- Kein Interaktionseffekt zwischen Wechselrichtung und Dimension



Forschungsfrage 2

Gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Komplexitätsgrad der Vektorfelder und den Blickbewegungen?

Zunahme der Fixationszahl, Gesamtfixationsdauer und Gesamtbetrachtungsdauer auf den Vektorfelder-AOIs mit steigendem Komplexitätsgrad

⇒ Zunahme des Intrinsic Cognitive Load durch erhöhte Elementinteraktivität



Schlussfolgerungen und Ausblick

- Beim Repräsentationswechsel im Kontext von Vektorfeldern hat die Komplexität des Vektorfeldes Einfluss auf die kognitive Verarbeitung. Dies zeigt sich ...
 1. in der Performanz (Antwortkorrektheit) und
 2. in verschiedenen Eye-Tracking Maßen, wie Fixationszahl, Gesamtbetrachtungs- und -fixationsdauer.
- Didaktische Konsequenzen: Notwendigkeit gezielter Instruktionen (Strategien) und Aufgaben zum Repräsentationswechsel Formel → Graph
- Weiterführende Analysen ...
 - i der Blickbewegungen unter Einbeziehung der Distraktoren (Transitionen, Sakkaden): Sakkadenlänge und -geschwindigkeit als Indikator für Aufgabenschwierigkeit und Cognitive Load (z.B. Joseph & Muruges, 2020)
 - ii zur Konstruktion von Vektorfeldskizzen anhand einer Formel
 - iii durch eine feinere Klassifizierung der Komplexitätsgrade unter Berücksichtigung gemischter Abhängigkeiten



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

und besonderen Dank an die AG Kuhn
der TU Kaiserslautern für die Mithilfe
bei der Datenerhebung!



EYE TRACKING LABOR DER PHYSIKDIDAKTIK GÖTTINGEN

www.pheyelab.uni-goettingen.de



Literatur

- Barniol, P. & Zavala, G. (2014). Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 10 (1). doi: 10.1103/PhysRevSTPER.10.010121
- Bollen, L., van Kampen, P., Baily, C., Kelly, M. & De Cock, M. (2017). Student difficulties regarding symbolic and graphical representations of vector fields. *Physical Review Physics Education Research*, 13 (2). doi: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020109
- Chen, S., Epps, J., Ruiz, N. & Chen, F. (2011). Eye activity as a measure of human mental effort in HCI. In *IUI '11: Proceedings of the 16th international conference on intelligent user interfaces* (S. 315–318). New York, USA: Association for Computing Machinery.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. Aufl.). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- De Cock, M. (2012). Representation use and strategy choice in physics problem solving. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8 (2). doi: 10.1103/PhysRevSTPER.8.020117
- Gire, E. & Price, E. (2012). Graphical representations of vector functions in upper-division E&M. *AIP Conference Proceedings*, 1413 (1), 27-30. doi: 10.1063/1.3679985
- Joseph, A. W. & Muruges, R. (2020). Potential eye tracking metrics and indicators to measure cognitive load in human-computer interaction research. *Journal of Scientific Research*, 64 (1), 168-175. doi: 10.37398/JSR.2020.640137
- Just, M. A. & Carpenter, P. (1976). Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive Psychology*, 8 (4), 441-480. doi: 10.1016/0010-0285(76)90015-3
- Just, M. A. & Carpenter, P. (1980). A theory of reading: from eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87 (4), 329-354. doi: 10.1037/0033-295X.87.4.329
- Klein, P., Viiri, J. & Kuhn, J. (2019). Visual cues improve students' understanding of divergence and curl: Evidence from eye movements during reading and problem solving. *Physical Review Physics Education Research*, 15 (1). doi: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.010126
- Klein, P., Viiri, J., Mozaffari, S., Dengel, A. & Kuhn, J. (2018). Instruction-based clinical eye-tracking study on the visual interpretation of divergence: How do students look at vector field plots? *Physical Review Physics Education Research*, 14 (1). doi: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.010116
- Mayer, R. E. (2005). Cognitive theory of multimedia learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The cambridge handbook of multimedia learning* (S. 31–48). Cambridge: University Press.
- Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review*, 22 (2), 123-138. doi: 10.1007/s10648-010-9128-5
- Tsai, M.-J., Hou, H.-T., Lai, M.-L., Liu, W.-Y. & Yang, F.-Y. (2012). Visual attention for solving multiple-choice science problem: An eye-tracking analysis. *Computers & Education*, 58 (1), 375-385. doi: 10.1016/j.compedu.2011.07.012
- Van den Eynde, S., van Kampen, P., Van Dooren, W. & De Cock, M. (2019). Translating between graphs and equations: The influence of context, direction of translation, and function type. *Physical Review Physics Education Research*, 15 (2). doi: 10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.020113
- Van Heuvelen, A. (1991). Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies. *American Journal of Physics*, 59 (10), 891-897. doi: 10.1119/1.16667

